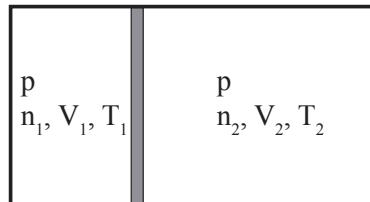


1 Ideales Gas

Zwei verschiedene ideale Gase mit den Molzahlen $n_1 = 2$ mol und $n_2 = 3$ mol seien in einem Behälter vom Volumen $V = V_1 + V_2$ mit $V_1 = 1 \text{ m}^3$ und $V_2 = 2 \text{ m}^3$ zunächst durch eine wärmeundurchlässige Wand voneinander getrennt. Der Druck p auf beiden Seiten sei gleich, die Temperaturen seien $T_1 = 27^\circ\text{C}$ und $T_2 = 127^\circ\text{C}$. Die Wärmekapazitäten der beiden Gase seien gleich, die ideale Gaskonstante beträgt $R = 8,314 \text{ J}/(\text{mol}\cdot\text{K})$.



Nun werde die Trennwand entfernt. Welche Mischungstemperatur stellt sich ein?

2 Aggregatzustände

Welchen Aggregatzustand weisen 21 Wasser mit einer Anfangstemperatur von $28,5^\circ\text{C}$ bei einem Druck von 1 bar auf, wenn 1 kg Trockeneis von $-78,48^\circ\text{C}$ in das Wasser gegeben wird und vollständig sublimiert?

Folgende Werte sind gegeben:

spezifische Wärmekapazität (Wasser-)Eis: $2,06 \text{ kJ}/(\text{kg K})$

spezifische Wärmekapazität Wasser: $4,186 \text{ kJ}/(\text{kg K})$

Schmelzwärme Wasser: $333,5 \text{ kJ/kg}$

Sublimationswärme Trockeneis: $572,1 \text{ kJ/kg}$

spezifische Wärmekapazität Trockeneis: $586 \text{ kJ}/(\text{kg K})$

spezifische Wärmekapazität CO_2 : $0,8504 \text{ kJ}/(\text{kg K})$

3 Volumen

Ein Rennradreifen mit einem Volumen von $1,31$ wird bei 27°C auf 6 bar Absolutdruck aufgepumpt. Bei starker Sonneneinstrahlung erwärmt sich der Reifen auf 77°C . Auf welchen Wert steigt der Reifendruck an, wenn

1. das Reifenvolumen dabei konstant bleibt,
2. sich der Reifen durch die Erwärmung auf $1,41$ ausdehnt?

Behandeln Sie in allen Aufgabenteilen die Luft als ideales Gas.

4 Maxwell-Boltzmann-Verteilung

Berechnen Sie für ein die Maxwell-Boltzmann-Verteilung

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \cdot v^2 \cdot \exp \left(-\frac{mv^2}{2k_B T} \right) \quad (4.1)$$

die häufigste und mittlere Geschwindigkeit der Gasmoleküle.

Hinweis: Für die Berechnung der mittleren Geschwindigkeit benötigen Sie folgendes Integral

$$\int_0^\infty x^3 \cdot \exp(-a x^2) dx = \frac{1}{2a^2} . \quad (4.2)$$

5 Innere Energie

Eine Metallkugel mit dem Radius von 10 cm fällt aus einer Höhe von 150 m auf eine harte Unterlage, wobei sich ihre kinetische Energie in innere Energie umwandelt, von der 2/3 in die Metallkugel gehen. Die spezifische Wärmekapazität des Metalls ist $c_p \approx c_V = 0,1 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$, die Erdbeschleunigung beträgt $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Wie groß ist der Temperaturanstieg der Metallkugel durch den Aufprall?

6 Isotherme Kompression

In einer Kolbenmaschine wird Luft bei 30°C isotherm von 1 bar auf 5 bar verdichtet und anschließend auf 200°C erwärmt. Die spezifische Gaskonstante von Luft beträgt $R_L = 287 \text{ J}/(\text{kg K})$. Gesucht sind

1. die spezifischen Volumina vor und nach der Verdichtung,
2. die spezifischen Volumina für verschiedene Zwischenzustände bei 2 bar, 3 bar und 4 bar,
3. die Luftmasse bei einem Volumen von $0,04 \text{ m}^3$ vor Beginn des Prozesses,
4. der Druck nach der Erwärmung und
5. die maßstäbliche Darstellung im pv -Diagramm.

7 Isentrope Kompression

Bei einem Dieselmotor wird die zur Zündung des Brennstoff-Luft-Gemisches erforderliche Temperatur durch Kompression im Zylinder erzeugt. Luft bei 15°C und einem Druck von 1 bar wird dabei auf 40 bar komprimiert. Wie groß ist die Endtemperatur der Luft bei einem isentropen Vorgang ($\kappa = 1,4$)?

8 Polytrope Kompression

In einem Zylinder mit einem Volumen von 10^{-3} m^3 mit beweglichem Kolben befindet sich Luft bei 27°C und einem Druck von 1 bar. Durch Verschieben des Kolbens wird das Gas polytrop auf einen Druck von 3 bar komprimiert. Der Polytropenexponent ist 1,2.

1. Berechnen Sie das Volumen und die Temperatur nach der Kompression.
2. Wie groß ist die Volumenänderungsarbeit?

9 Enthalpie

Ein ideales Gas mit einer Masse von 1 kg dehnt sich bei konstanter Temperatur von 500 K auf das dreifache Volumen aus. Die Gaskonstante R beträgt $400 \text{ J}/\text{kg K}$.

1. Wie groß ist die verrichtete Arbeit und wie ändert sich die innere Energie?
2. Wie groß ist die Wärmezufuhr und wie ändert sich die Enthalpie?

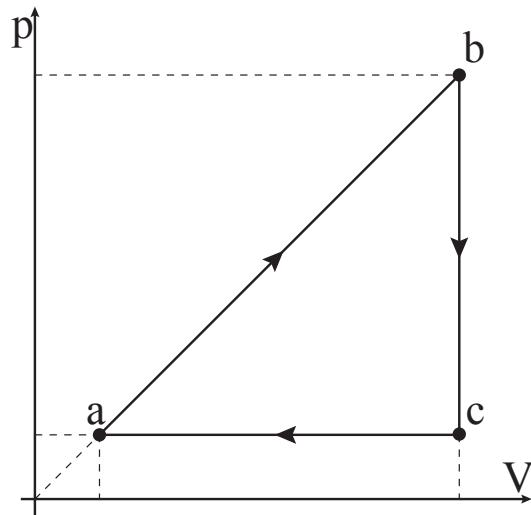
Hinweis: Es gilt $\ln(3) = 1,1$.

10 Kreisprozess

Ein ideales Gas mit einer Wärmekapazität C_V durchlauft reversibel den skizzierten Kreisprozess. Folgende Parameter sind gegeben

$p_a = 2 \text{ bar}$, $V_a = 3 \text{ m}^3$, $T_a = -173^\circ\text{C}$, $p_b = 4 \text{ bar}$.

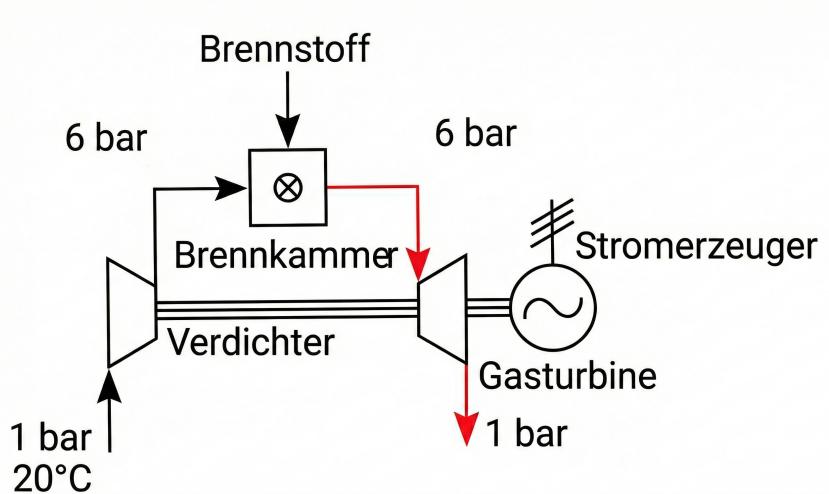
Auf dem Wegstück $a \rightarrow b$ gilt, dass der Druck linear proportional zum Volumen ist, d. h. $p \propto V$.



1. Zeigen Sie, dass für Volumina V und Temperaturen T in den Zuständen b und c sich folgende Werte ergeben: $V_b = 6 \text{ m}^3$, $T_b = 127^\circ\text{C}$, $V_c = 6 \text{ m}^3$, $T_c = -73^\circ\text{C}$.
2. Berechnen Sie die bei jedem der drei Teilprozesse geleistete Volumenarbeiten W_V sowie die insgesamt geleistete Arbeit bei einem Umlauf des Kreisprozesses.

11 Der ideale Joule-Kreisprozess

Betrachtet wird eine Gasturbinenanlage, die nach dem idealen Joule-Prozess arbeitet. Als Arbeitsmedium dient Luft, die als ideales Gas mit *konstanten Stoffwerten* betrachtet wird.



Der Massenstrom der Luft beträgt $\dot{m} = 200 \text{ kg/s}$. Der Prozess wird durch folgende vier Zustandsänderungen beschrieben:

- **1 → 2: Adiabatische (isentr.) Kompression** von $p_1 = 1$ bar auf $p_2 = 6$ bar.
- **2 → 3: Isobare Wärmezufuhr**, wobei sich die absolute Temperatur um den Faktor 2,5 erhöht ($T_3 = 2,5 \cdot T_2$).
- **3 → 4: Adiabatische (isentr.) Expansion** auf den Anfangsdruck $p_4 = p_1$.
- **4 → 1: Isobare Wärmeabfuhr** bis zum Erreichen des Ausgangszustandes.

Die Ansaugtemperatur beträgt $T_1 = 20$ °C.

Stoffwerte für Luft (konsistent):

- Spezifische Gaskonstante: $R_s = 287 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$
- Isentropenexponent: $\kappa = 1,4$
- Daraus resultierende spez. Wärmekapazität:

$$c_p = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot R_s = 1004,5 \text{ J/(kg} \cdot \text{K}) \approx 1,0045 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)}$$

Aufgaben:

1. Berechnen Sie die Temperaturen T_2, T_3 und T_4 an den Eckpunkten des Kreisprozesses.
2. Ermitteln Sie die spezifische technische Arbeit des Verdichters $w_{t,12}$ und der Turbine $w_{t,34}$ unter Berücksichtigung der Vorzeichenkonvention.
3. Berechnen Sie die zugeführte Wärmeleistung \dot{Q}_{zu} und die Netto-Leistung der Anlage P_{net} .
4. Bestimmen Sie den thermischen Wirkungsgrad η_{th} des Prozesses auf zwei Wegen (über Leistungen und über Temperaturen).

12 Carnot-Kreisprozess

Mit einem idealen Gas soll ein Carnot-Kreisprozess durchgeführt werden. Der Anfangszustand wird mit ① bezeichnet: Das Anfangsvolumen ist 1 l, der Anfangsdruck beträgt 10 bar, die Anfangstemperatur 240 °C und κ ist 1,5. Nach der isothermen Expansion (Zustand ②) soll ein Druck von 4 bar herrschen und das Volumen auf 2,5 l angewachsen sein. Die Gaskonstante R_G hat einen Wert von 300 J/(kg K).

1. Berechnen Sie die Druck- und Volumenwerte in den Punkten ③ und ④, wenn die niedrigere Temperatur des Prozesses 50 °C beträgt.
2. Welche Wärmemengen werden zu- oder abgeführt?
3. Wie groß ist der thermische Wirkungsgrad?
4. Der Kolben habe eine Fläche von $0,02 \text{ m}^2$ und es sei eine Kraft von 100 N nötig, um die Reibung zwischen Kolben und Zylinderwand zu überwinden. Wie groß ist der Wirkungsgrad mit Reibung?

13 Wärmepumpe

Die Wärmepumpe einer Heizungsanlage arbeite nach dem Carnot-Prozess. Sie soll eine konstante Temperatur von 77°C erzeugen. Benötigt wird dafür die elektrische Leistung $P = 40 \text{ MW}$. Des Weiteren steht als kaltes Wärmereservoir ein Fluss der Temperatur 7°C mit der Stromstärke $\dot{V} = 600 \text{ m}^3/\text{s}$ zur Verfügung. Die spez. Wärmekapazität von Wasser beträgt $4,186 \text{ kJ}/(\text{kg K})$.

1. Welche Wärmemenge wird pro Sekunde an die Heizung abgegeben?
2. Wie ändert sich die Temperatur des Flusses?