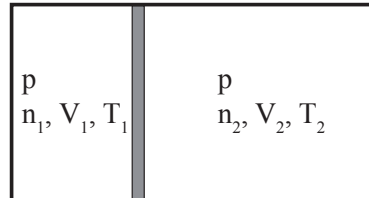


1 Ideales Gas

Zwei verschiedene ideale Gase mit den Molzahlen $n_1 = 2 \text{ mol}$ und $n_2 = 3 \text{ mol}$ seien in einem Behälter vom Volumen $V = V_1 + V_2$ mit $V_1 = 1 \text{ m}^3$ und $V_2 = 2 \text{ m}^3$ zunächst durch eine wärmeundurchlässige Wand voneinander getrennt. Der Druck p auf beiden Seiten sei gleich, die Temperaturen seien $T_1 = 27^\circ \text{C}$ und $T_2 = 127^\circ \text{C}$. Die Wärmekapazitäten der beiden Gase seien gleich, die ideale Gaskonstante beträgt $R = 8,314 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$.



Nun werde die Trennwand entfernt. Welche Mischungstemperatur stellt sich ein?

2 Aggregatzustände

Welchen Aggregatzustand weisen 2l Wasser mit einer Anfangstemperatur von $28,5^\circ \text{C}$ bei einem Druck von 1 bar auf, wenn 1 kg Trockeneis von $-78,48^\circ \text{C}$ in das Wasser gegeben wird und vollständig sublimiert?

Folgende Werte sind gegeben:

spezifische Wärmekapazität (Wasser-)Eis: $2,06 \text{ kJ}/(\text{kg K})$

spezifische Wärmekapazität Wasser: $4,186 \text{ kJ}/(\text{kg K})$

Schmelzwärme Wasser: $333,5 \text{ kJ/kg}$

Sublimationswärme Trockeneis: $572,1 \text{ kJ/kg}$

spezifische Wärmekapazität Trockeneis: $586 \text{ kJ}/(\text{kg K})$

spezifische Wärmekapazität CO_2 : $0,8504 \text{ kJ}/(\text{kg K})$

3 Volumen

Ein Rennradreifen mit einem Volumen von 1,3l wird bei 27°C auf 6 bar Absolutdruck aufgepumpt. Bei starker Sonneneinstrahlung erwärmt sich der Reifen auf 77°C . Auf welchen Wert steigt der Reifendruck an, wenn

1. das Reifenvolumen dabei konstant bleibt,
2. sich der Reifen durch die Erwärmung auf 1,4l ausdehnt?

Behandeln Sie in allen Aufgabenteilen die Luft als ideales Gas.

4 Maxwell-Boltzmann-Verteilung

Berechnen Sie für ein die Maxwell-Boltzmann-Verteilung

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \cdot v^2 \cdot \exp \left(- \frac{m v^2}{2k_B T} \right) \quad (4.1)$$

die häufigste und mittlere Geschwindigkeit der Gasmoleküle.

Hinweis: Für die Berechnung der mittleren Geschwindigkeit benötigen Sie folgendes Integral

$$\int_0^\infty x^3 \cdot \exp(-a x^2) dx = \frac{1}{2a^2} \quad . \quad (4.2)$$

5 Innere Energie

Eine Metallkugel mit dem Radius von 10 cm fällt aus einer Höhe von 150 m auf eine harte Unterlage, wobei sich ihre kinetische Energie in innere Energie umwandelt, von der $\frac{2}{3}$ in die Metallkugel gehen. Die spezifische Wärmekapazität des Metalls ist $c_p \approx c_V = 0,1 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$, die Erdbeschleunigung beträgt $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Wie groß ist der Temperaturanstieg der Metallkugel durch den Aufprall?

6 Isotherme Kompression

In einer Kolbenmaschine wird Luft bei 30°C isotherm von 1 bar auf 5 bar verdichtet und anschließend auf 200°C erwärmt. Die spezifische Gaskonstante von Luft beträgt $R_L = 287 \text{ J}/(\text{kg K})$. Gesucht sind

1. die spezifischen Volumina vor und nach der Verdichtung,
2. die spezifischen Volumina für verschiedene Zwischenzustände bei 2 bar, 3 bar und 4 bar,
3. die Luftmasse bei einem Volumen von $0,04 \text{ m}^3$ vor Beginn des Prozesses,
4. der Druck nach der Erwärmung und
5. die maßstäbliche Darstellung im pv-Diagramm.

7 Isentrope Kompression

Bei einem Dieselmotor wird die zur Zündung des Brennstoff-Luft-Gemisches erforderliche Temperatur durch Kompression im Zylinder erzeugt. Luft bei 15°C und einem Druck von 1 bar wird dabei auf 40 bar komprimiert. Wie groß ist die Endtemperatur der Luft bei einem isentropen Vorgang ($\kappa = 1,4$)?

8 Polytrope Kompression

In einem Zylinder mit einem Volumen von 10^{-3} m^3 mit beweglichem Kolben befindet sich Luft bei 27°C und einem Druck von 1 bar. Durch Verschieben des Kolbens wird das Gas polytrop auf einen Druck von 3 bar komprimiert. Der Polytropenexponent ist 1,2.

1. Berechnen Sie das Volumen und die Temperatur nach der Kompression.
2. Wie groß ist die Volumenänderungsarbeit?

9 Enthalpie

Ein ideales Gas mit einer Masse von 1 kg dehnt sich bei konstanter Temperatur von 500 K auf das dreifache Volumen aus. Die Gaskonstante R beträgt $400 \text{ J}/\text{kg K}$.

1. Wie groß ist die verrichtete Arbeit und wie ändert sich die innere Energie?
2. Wie groß ist die Wärmezufuhr und wie ändert sich die Enthalpie?

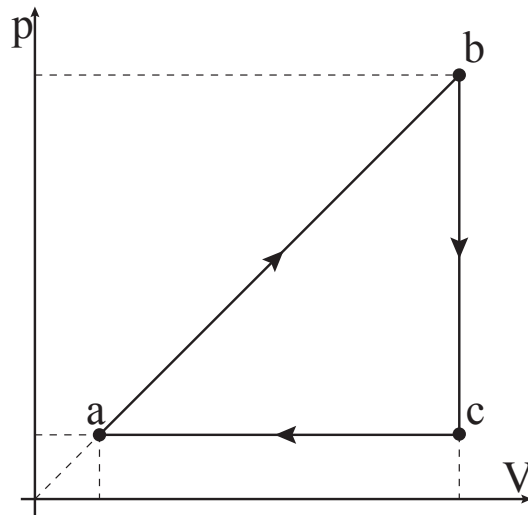
Hinweis: Es gilt $\ln(3) = 1,1$.

10 Kreisprozess

Ein ideales Gas mit einer Wärmekapazität C_V durchlaufe reversibel den skizzierten Kreisprozess. Folgende Parameter sind gegeben

$p_a = 2 \text{ bar}$, $V_a = 3 \text{ m}^3$, $T_a = -173^\circ \text{C}$, $p_b = 4 \text{ bar}$.

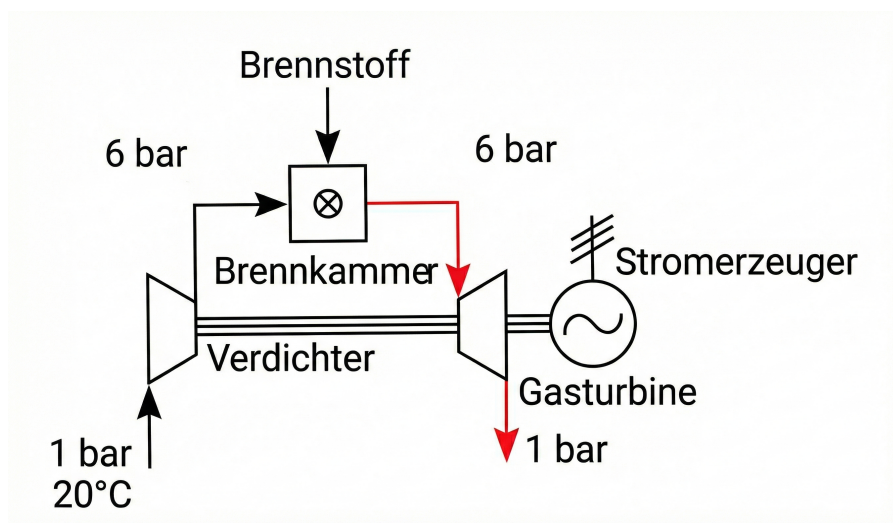
Auf dem Wegstück $a \rightarrow b$ gilt, dass der Druck linear proportional zum Volumen ist, d. h. $p \propto V$.



1. Zeigen Sie, dass für Volumina V und Temperaturen T in den Zuständen b und c sich folgende Werte ergeben: $V_b = 6 \text{ m}^3$, $T_b = 127^\circ \text{C}$, $V_c = 6 \text{ m}^3$, $T_c = -73^\circ \text{C}$.
2. Berechnen Sie die bei jedem der drei Teilprozesse geleistete Volumenarbeiten W_V sowie die insgesamt geleistete Arbeit bei einem Umlauf des Kreisprozesses.

11 Der ideale Joule-Kreisprozess

Betrachtet wird eine Gasturbinenanlage, die nach dem idealen Joule-Prozess arbeitet. Als Arbeitsmedium dient Luft, die als ideales Gas mit *konstanten Stoffwerten* betrachtet wird.



Der Massenstrom der Luft beträgt $\dot{m} = 200 \text{ kg/s}$. Der Prozess wird durch folgende vier Zustandsänderungen beschrieben:

- **1 → 2: Adiabatische (isentr.) Kompression** von $p_1 = 1$ bar auf $p_2 = 6$ bar.
- **2 → 3: Isobare Wärmezufuhr**, wobei sich die absolute Temperatur um den Faktor 2,5 erhöht ($T_3 = 2,5 \cdot T_2$).
- **3 → 4: Adiabatische (isentr.) Expansion** auf den Anfangsdruck $p_4 = p_1$.
- **4 → 1: Isobare Wärmeabfuhr** bis zum Erreichen des Ausgangszustandes.

Die Ansaugtemperatur beträgt $T_1 = 20^\circ\text{C}$.

Stoffwerte für Luft (konsistent):

- Spezifische Gaskonstante: $R_s = 287 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$
- Isentropenexponent: $\kappa = 1,4$
- Daraus resultierende spez. Wärmekapazität:

$$c_p = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot R_s = 1004,5 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \approx 1,0045 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

Aufgaben:

1. Berechnen Sie die Temperaturen T_2, T_3 und T_4 an den Eckpunkten des Kreisprozesses.
2. Ermitteln Sie die spezifische technische Arbeit des Verdichters $w_{t,12}$ und der Turbine $w_{t,34}$ unter Berücksichtigung der Vorzeichenkonvention.
3. Berechnen Sie die zugeführte Wärmeleistung \dot{Q}_{zu} und die Netto-Leistung der Anlage P_{net} .
4. Bestimmen Sie den thermischen Wirkungsgrad η_{th} des Prozesses auf zwei Wegen (über Leistungen und über Temperaturen).

12 Carnot-Kreisprozess

Mit einem idealen Gas soll ein Carnot-Kreisprozess durchgeführt werden. Der Anfangszustand wird mit ① bezeichnet: Das Anfangsvolumen ist 1 l, der Anfangsdruck beträgt 10 bar, die Anfangstemperatur 240°C und κ ist 1,5. Nach der isothermen Expansion (Zustand ②) soll ein Druck von 4 bar herrschen und das Volumen auf 2,5 l angewachsen sein. Die Gaskonstante R_G hat einen Wert von $300 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$.

1. Berechnen Sie die Druck- und Volumenwerte in den Punkten ③ und ④, wenn die niedrigere Temperatur des Prozesses 50°C beträgt.
2. Welche Wärmemengen werden zu- oder abgeführt?
3. Wie groß ist der thermische Wirkungsgrad?
4. Der Kolben habe eine Fläche von $0,02 \text{ m}^2$ und es sei eine Kraft von 100 N nötig, um die Reibung zwischen Kolben und Zylinderwand zu überwinden. Wie groß ist der Wirkungsgrad mit Reibung?

13 Wärmepumpe

Die Wärmepumpe einer Heizungsanlage arbeite nach dem Carnot-Prozess. Sie soll eine konstante Temperatur von 77°C erzeugen. Benötigt wird dafür die elektrische Leistung $P = 40\text{ MW}$. Des Weiteren steht als kaltes Wärmereservoir ein Fluss der Temperatur 7°C mit der Stromstärke $\dot{V} = 600\text{ m}^3/\text{s}$ zur Verfügung. Die spez. Wärmekapazität von Wasser beträgt $4,186\text{ kJ}/(\text{kg K})$.

1. Welche Wärmemenge wird pro Sekunde an die Heizung abgegeben?
2. Wie ändert sich die Temperatur des Flusses?